

Ministerul Educatiei, Cercetarii si Inovarii  
Societatea de Stiinte Matematice din Romania

**Al saptelea test de selectie pentru Olimpiada Internationala de  
Matematica**

**Bucuresti, 21 mai 2009**

**Problema 1.** Fie ABCD un patrulater inscriptibil, in care diagonala AC este diametru. Fie D' simetricul lui D fata de AC si A' simetricul lui A fata de BD. Dreptele BD' si AC se intersecteaza in E, iar dreptele BD si A'C se intersecteaza in F. Demonstrati ca FE este perpendicular pe BD.

**Problema 2.** Aratati ca muchiile oricarui graf planar simplu (fara bucle si fara muchii multiple), care are un numar finit de varfuri, pot fi colorate cu doua culori, astfel incat cel mult  $4/5$  din numarul total de muchii al oricarui ciclu sa aiba aceeasi culoare.

**Problema 3.** Sa se arate ca exista o infinitate de perechi  $(p, q)$  de numere prime distincte, astfel incat  $p \mid 2^{q-1} - 1$  si  $q \mid 2^{p-1} - 1$ .

**WWW.MATEGL.COM**

*Timp de lucru: 4 ore.*